

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

**«УФИМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АВИАЦИОННЫЙ
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

Кафедра экономики предпринимательства

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ
УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

«МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИНАНСОВО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ »

Уровень подготовки

высшее образование - магистратура

(высшее образование - бакалавриат; высшее образование – специалитет, магистратура)

Направление подготовки (специальность)

38.04.01 Экономика

(код и наименование направления подготовки, специальности)

Направленность подготовки (профиль, специализация)

Экономика и финансы фирмы

(наименование профиля подготовки, специализации)

Квалификация (степень) выпускника

магистр

Составители: Франц М. В.

Методические указания к практическому занятию 1 «Модели и моделирование»

Занятие следует начинать с повторения основных терминов, относящихся к проблемной области моделирования (модель, моделирование, система, динамика, связи, классификация моделей, свойства моделей, верификация и т.д.). Затем обучающиеся должны привести примеры моделей и классифицировать их по различным основаниям. Далее организуется работа в группах, каждой группе предлагается рассмотреть определенную проблемную ситуацию из экономической сферы и разработать ее математическую модель.

Пример проблемной ситуации, предлагаемой группе для рассмотрения:

Компания Изюм+ закупает виноград у производителей, сушит его, получает изюм, обливает изюм глазурью и продает глазированный изюм производителям хлопьев для завтрака и кондитерским компаниям.

Компания может купить изюм осенью у производителей по цене 40 руб/кг, договорившись с ними заранее- весной. Если того количества винограда, на которое будут заключены предварительные контракты, не хватит, то компании придется приобретать виноград осенью по свободной рыночной цене, которая ориентировочно составит 50 руб/кг. На основании прошлого опыта известно, что при цене реализации глазированного изюма в 215 руб/кг покупатели закажут примерно 700000кг, а эластичность спроса по цене примерно постоянна и составляет -10%.

Глазированный изюм делается следующим образом: виноград моется и высушивается, и полученный изюм обрабатывается глазурью, которую компания покупает по цене 30 руб/кг. Для изготовления 1 кг глазированного изюма нужно 2,5 кг винограда и 0,5кг глазури. Помимо расходов на сырье (виноград и глазурь), компания несет затраты на переработку, которые составляют 45 руб/1кг глазированного изюма, из них 40руб/кг-затраты в процессе сушки, 5руб/кг- в процессе глазировки. Производственная мощность сушильного оборудования составляет 3500000 кг винограда в год. Мощность оборудования для глазировки- 10000000 кг изюма в год. Сушку винограда сверх 3500000 кг в год можно организовать, обратившись к конкуренту, который берет 60 руб за превращение 1 кг винограда в изюм. Кроме вышеперечисленных переменных расходов, у компании есть и постоянные расходы, составляющие 1000000 руб/год.

Нужно проанализировать проблемную ситуацию и разработать ее математическую модель.

Методические указания к практическому занятию 2 «Когнитивное моделирование»

Занятие следует начинать с повторения основных терминов, относящихся к проблемной области когнитивного моделирования (когнитивная диаграмма, элементы и связи, прямые и обратные связи, запаздывание, усиливающие и уравнивающие контуры обратных связей). Далее организуется работа в группах, каждой группе предлагается рассмотреть экономическую проблему и построить ее когнитивную модель.

Примеры экономических проблем, предлагаемых для групповой работы:

«Голландская болезнь» экономики РФ

Технологическое отставание России от развитых стран мира

Низкий уровень инновационной активности российских предприятий.

Обучающиеся должны: описать сущность рассматриваемой проблемы, продемонстрировать понимание основ когнитивного моделирования; идентифицировать усиливающие и уравнивающие контуры обратных связей; обосновать наличие запаздывания на связях.

Методические указания к практическому занятию 3 «Анализ известных математических моделей, описывающих динамику финансово- экономических процессов на микро- и макроуровнях»

Занятие следует начинать с повторения основных терминов, относящихся к проблемной области математического моделирования (переменные и постоянные величины, условные обозначения, основные виды функций и уравнений, системы линейных и нелинейных уравнений, дифференциальные и конечно- разностные уравнения, целевая функция, ограничения, условная и безусловная оптимизация, случайные величины, их виды, свойства математического ожидания и дисперсии случайных величин). Далее предлагается экономико- математическая модель для анализа и классификации. После изучения модели обучающиеся должны:

1. Определить цель разработки математической модели.

2. Описать допущения модели.
3. Описать условные обозначения.
4. Каковы допущения, использованные при разработке модели?
5. Записать уравнения модели, при необходимости- определить целевую функцию и ограничения.
6. Определить параметры модели и методы их оценивания.

Пример модели для анализа- модель формирования оптимального портфеля ценных бумаг. Для сравнительной оценки доходности ценных бумаг рассчитывается такой показатель как норма доходности. Формула для его расчета следующая:

$$v = \frac{p_1 + d - p_0}{p_0}$$

где p_1 - цена акции в конце временного периода; p_0 - цена акции в начале временного периода; d - дивиденды (если они имелись), выплаченные за данный временной период; v - норма доходности. Как видно из формулы, норма доходности является относительным показателем, показывающим, сколько денежных единиц заработает инвестор на каждую денежную единицу, вложенную в данные акции, за рассматриваемый временной период. Норма доходности является безразмерной величиной, позволяющей сравнивать доходности акций с разными ценами покупки и продажи. Как правило, доходность акции приводят в %, для этого умножая полученное по приведенной ранее формуле число на 100%. Заметим, что норма доходности может быть и как положительным, так и отрицательным числом. Формула расчета не накладывает никаких ограничений на интервал изменения нормы доходности, поэтому его следует считать равным $(-\infty; +\infty)$.

Хотя норма доходности может быть легко вычислена в конце временного периода, она, разумеется, является неопределенной в момент принятия решения о покупке акции (т.е. в момент начала временного периода), так как в этот момент неопределенной является p_1 - цена акции в конце временного периода, и возможно, d - величина дивидендов. Следовательно, в момент принятия решения о покупке акции v является случайной величиной. Как и любая другая случайная величина, v характеризуется ожидаемым средним значением (или математическим ожиданием) \bar{v} и дисперсией δ_v^2 (или среднеквадратическим (стандартным) отклонением δ_v , равным квадратному корню из дисперсии), характеризующей разброс значений нормы доходности вокруг своего среднего значения \bar{v} и поэтому являющейся измерителем риска инвестора при покупке данной ценной бумаги. Оба этих параметра представляют значительный интерес при принятии решения о покупке акции.

Во- первых, инвесторы практически единодушны в своем желании при прочих равных условиях получить более высокую доходность. Иными словами, выбирая из двух акций с одинаковыми среднеквадратическими отклонениями, предпочтение отдается акциям с более высоким ожидаемым средним значением нормы доходности. Во- вторых, несомненным является тот факт, что большинство инвесторов не расположены к риску. Иными словами, выбирая из двух акций с одинаковыми ожидаемыми средними значениями, они предпочитают акции с более низким значением дисперсии (или среднеквадратического отклонения).

Если инвесторы покупают ценные бумаги, имеющие нулевой риск, они, тем не менее, рассчитывают получить прибыль за отказ от текущего потребления. Поэтому норма доходности по ценным бумагам с нулевым риском называется свободной от риска нормой доходности, и мы обозначим ее как v_f . Специалисты по анализу рынка ценных бумаг обычно используют в качестве измерителя v_f доходность по краткосрочным государственным ценным бумагам. Так принято потому, что вероятность неуплаты по таким ценным бумагам практически равна 0. Поэтому можно ввести понятие *премии за риск* по ценной бумаге как превышение ее нормы доходности над свободной от риска нормой доходности

$$\text{Премия за риск} = v - v_f$$

Если инвестор имеет две ценные бумаги А и Б, норма доходности этого портфеля v_p является случайной величиной, зависящей от норм доходности ценных бумаг А и Б: $v_p = w_A \cdot v_A + w_B \cdot v_B$. В этой формуле w_A - доля капитала, инвестированного в покупку ценной бумаги А; w_B - доля капитала, инвестированного в покупку ценной бумаги Б; $w_A + w_B = 1$.

Пользуясь свойствами математического ожидания и дисперсии, легко получить следующие формулы для средней ожидаемой нормы доходности \bar{v}_p и дисперсии портфеля ценных бумаг δ_p^2 :

$$\bar{v}_p = w_A \cdot \bar{v}_A + w_B \cdot \bar{v}_B,$$

$$\delta_P^2 = w_A^2 \cdot \delta_A^2 + w_B^2 \cdot \delta_B^2 + 2 \cdot \delta_A \cdot \delta_B \cdot w_A \cdot w_B \cdot r_{v_A, v_B}$$

Рассмотрим случай, когда ценные бумаги А и Б имеют одинаковые ожидаемые нормы доходности и одинаковые стандартные отклонения: $\bar{v}_A = \bar{v}_B = \bar{v}$, $\delta_A = \delta_B = \delta$. Попытаемся понять, имеет ли какой-то практический смысл формировать портфель из таких ценных бумаг?

Формировать портфель из ценных бумаг имеет смысл в том случае, если за счет этого удастся добиться либо повышения нормы доходности (т.е. если средняя ожидаемая доходность портфеля будет выше, чем средняя ожидаемая доходность каждой из акций в отдельности), либо уменьшения риска (т.е. если дисперсия портфеля окажется меньше, чем дисперсия каждой из акций в отдельности).

Проанализируем среднюю ожидаемую доходность портфеля

$$\bar{v}_P = w_A \cdot \bar{v}_A + w_B \cdot \bar{v}_B = w_A \cdot \bar{v} + w_B \cdot \bar{v} = \bar{v} \cdot (w_A + w_B) = \bar{v}$$

Таким образом, средняя ожидаемая доходность портфеля, составленного в любых пропорциях из двух ценных бумаг А и Б, имеющих одинаковые средние ожидаемые нормы доходности и одинаковые среднеквадратические отклонения (т.е. одинаковый риск), будет равна средней ожидаемой норме доходности отдельной акции. Таким образом, добиться повышения средней ожидаемой нормы доходности за счет формирования портфеля из акций А и Б не удастся.

Теперь проанализируем, можно ли добиться уменьшения риска за счет формирования портфеля из двух ценных бумаг А и Б, имеющих одинаковые средние ожидаемые нормы доходности и одинаковые стандартные отклонения. Так как дисперсия портфеля зависит от коэффициента корреляции доходностей акций А и Б, рассмотрим четыре случая: $r_{v_A, v_B} = 1$, $r_{v_A, v_B} = 0$, $r_{v_A, v_B} = -1$, $r_{v_A, v_B} = -0,8$.

Случай 1: $r_{v_A, v_B} = 1$

$$\begin{aligned} \delta_P^2 &= w_A^2 \cdot \delta_A^2 + w_B^2 \cdot \delta_B^2 + 2 \cdot \delta_A \cdot \delta_B \cdot w_A \cdot w_B \cdot r_{v_A, v_B} = \\ &= w_A^2 \cdot \delta^2 + w_B^2 \cdot \delta^2 + 2 \cdot \delta \cdot \delta \cdot w_A \cdot w_B \cdot 1 = \\ &= w_A^2 \cdot \delta^2 + (1 - w_A)^2 \cdot \delta^2 + 2 \cdot \delta \cdot \delta \cdot w_A \cdot (1 - w_A) = \\ &= \delta^2 (w_A^2 + 1 - 2 \cdot w_A + w_A^2 + 2 \cdot w_A - 2 \cdot w_A^2) = \delta^2 \end{aligned}$$

Таким образом, при $r_{v_A, v_B} = 1$ риск портфеля при любых пропорциях бумаг А и Б равен такой же, что и при покупке одной акции А или Б.

Случай 2: $r_{v_A, v_B} = 0$

$$\begin{aligned} \delta_P^2 &= w_A^2 \cdot \delta_A^2 + w_B^2 \cdot \delta_B^2 + 2 \cdot \delta_A \cdot \delta_B \cdot w_A \cdot w_B \cdot r_{v_A, v_B} = \\ &= w_A^2 \cdot \delta^2 + w_B^2 \cdot \delta^2 + 2 \cdot \delta \cdot \delta \cdot w_A \cdot w_B \cdot 0 = \\ &= w_A^2 \cdot \delta^2 + (1 - w_A)^2 \cdot \delta^2 = \\ &= \delta^2 (w_A^2 + 1 - 2 \cdot w_A + w_A^2) = \delta^2 (2 \cdot w_A^2 - 2 \cdot w_A + 1) \end{aligned}$$

Несложные вычисления показывают, что функция $y(w_A) = 2 \cdot w_A^2 - 2 \cdot w_A + 1$ достигает своего минимума на интервале $[0, 1]$ при $w_A = 0,5$; $y(0,5) = 0,5$.

Следовательно, формирование портфеля из двух ценных бумаг, корреляция доходностей которых равна 0, позволяет снизить риск портфеля не изменяя при этом его среднюю ожидаемую доходность. Максимально снизить риск можно наполовину, для этого надо 50% капитала вложить в покупку акций А, остальное - в покупку акций Б.

Случай 3: $r_{v_A, v_B} = -1$

$$\begin{aligned} \delta_P^2 &= w_A^2 \cdot \delta_A^2 + w_B^2 \cdot \delta_B^2 + 2 \cdot \delta_A \cdot \delta_B \cdot w_A \cdot w_B \cdot r_{v_A, v_B} = \\ &= w_A^2 \cdot \delta^2 + w_B^2 \cdot \delta^2 + 2 \cdot \delta \cdot \delta \cdot w_A \cdot w_B \cdot (-1) = \\ &= w_A^2 \cdot \delta^2 + (1 - w_A)^2 \cdot \delta^2 - 2 \cdot \delta \cdot \delta \cdot w_A \cdot (1 - w_A) = \\ &= \delta^2 (w_A^2 + 1 - 2 \cdot w_A + w_A^2 - 2 \cdot w_A + 2 \cdot w_A^2) = \delta^2 (4 \cdot w_A^2 - 4 \cdot w_A + 1) \end{aligned}$$

Несложные вычисления показывают, что функция $y(w_A) = 4 \cdot w_A^2 - 4 \cdot w_A + 1$ достигает своего минимума на интервале $[0, 1]$ при $w_A = 0,5$; $y(0,5) = 0$.

Следовательно, формирование портфеля из двух ценных бумаг, корреляция доходностей которых равна -1, позволяет снизить риск портфеля не изменяя при этом его среднюю ожидаемую доходность. Максимально снизить риск можно до 0 (!), для этого надо 50% капитала вложить в покупку акций А, остальное - в покупку акций Б.

Случай 4: $r_{v_A, v_B} = -0,8$

$$\delta_P^2 = w_A^2 \cdot \delta_A^2 + w_B^2 \cdot \delta_B^2 + 2 \cdot \delta_A \cdot \delta_B \cdot w_A \cdot w_B \cdot r_{v_A, v_B} =$$

$$w_A^2 \cdot \delta^2 + w_B^2 \cdot \delta^2 + 2 \cdot \delta \cdot \delta \cdot w_A \cdot w_B \cdot (-0,8) =$$

$$w_A^2 \cdot \delta^2 + (1 - w_A)^2 \cdot \delta^2 - 1,6 \cdot \delta \cdot \delta \cdot w_A \cdot (1 - w_A) =$$

$$\delta^2(w_A^2 + 1 - 2 \cdot w_A + w_A^2 - 1,6 \cdot w_A + 1,6 \cdot w_A^2) = \delta^2(3,6 \cdot w_A^2 - 3,6 \cdot w_A + 1)$$

Несложные вычисления показывают, что функция $y(w_A) = 3,6 \cdot w_A^2 - 3,6 \cdot w_A + 1$ достигает своего минимума на интервале $[0, 1]$ при $w_A=0,5$; $y(0,5)=0,1$.

Следовательно, формирование портфеля из двух ценных бумаг, корреляция доходностей которых равна -0,8, позволяет снизить риск портфеля не изменяя при этом его среднюю ожидаемую доходность. Максимально снизить риск можно на 90%, для этого надо 50% капитала вложить в покупку акций А, остальное- в покупку акций Б.

Таким образом, мы проанализировали, имеет ли смысл формировать портфель из двух ценных бумаг с одинаковыми ожидаемыми средними доходностями и стандартными отклонениями (одинаковыми рисками), и пришли к следующим выводам:

1. Добиться повышения средней ожидаемой нормы доходности капиталовложения путем формирования портфеля из двух ценных бумаг с одинаковыми ожидаемыми средними доходностями и стандартными отклонениями не удастся.

2. Зато путем формирования портфеля из двух ценных бумаг с одинаковыми ожидаемыми средними доходностями и стандартными отклонениями удастся добиться уменьшения риска капиталовложения, при этом наибольший эффект наблюдается в том случае, когда доходности акций отрицательно коррелированы друг с другом.

Теория вероятностей и математическая статистика позволяют расширить приведенный анализ средней ожидаемой доходности и риска портфеля ценных бумаг на случай произвольного количества акций с различными средними ожидаемыми доходностями и рисками. Формулы для средней доходности и дисперсии портфеля, включающего n ценных бумаг, приведены ниже.

$$\bar{v}_p = \sum_{i=1}^n w_i \cdot \bar{v}_i \quad (3.2)$$

$$\delta_p^2 = \sum_{i=1}^n w_i^2 \cdot \delta_i^2 + 2 \cdot \sum_{i=1}^n \sum_{j=i+1}^n w_i \cdot w_j \cdot \delta_i \cdot \delta_j \cdot r_{v_i, v_j}$$

где w_i - доля капитала, инвестированная в покупку i -й акции;

\bar{v}_i - средняя ожидаемая норма доходности i -й акции;

\bar{v}_p - средняя ожидаемая норма доходности портфеля;

δ_i^2 - дисперсия нормы доходности i -й акции;

n - количество акций в портфеле;

r_{v_i, v_j} - коэффициент корреляции доходностей i -й и j -й акций.

Управление доходностью и риском капиталовложения путем распределения капитала между несколькими активами (иными словами- путем формирования портфеля из нескольких ценных бумаг) называется диверсификацией. Приведенный выше анализ показывает, что корреляции доходностей акций несут важную информацию при практическом осуществлении диверсификации, позволяя выбирать акции таким образом, чтобы сформировать оптимальный портфель ценных бумаг с точки зрения его доходности и рискованности. Оптимизационную задачу можно поставить в двух вариантах: максимизировать доходность при заданной максимальной величине риска портфеля; минимизировать риск портфеля при заданном минимальном уровне его доходности.

Методические указания к практическому занятию 4 «Анализ динамики макроэкономических показателей»

Занятие следует начинать с повторения основных терминов, относящихся к проблемной области анализа и прогнозирования временных рядов (случайный процесс, белый шум, авторегрессионный процесс, процесс скользящего среднего, ARIMA- процесс, случайное блуждание, случайное блуждание с дрейфом, стационарность временного ряда, порядок интегрированности временного ряда, способы проверки временного ряда на стационарность, тест Дики-Фулера, KPSS- тест, методология Бокса-Дженкинса, автокорреляционная функция, частная автокорреляционная функция). Затем обучающиеся решают набор задач по описанной тематике:

Примеры задач:

1. Исследователь решил провести тест Дики-Фуллера с константой и трендом. Для этих целей он оценил следующее уравнение: $\Delta y = 4,3_{(1,9)} - 0,59_{(0,11)} \cdot y - 1 - 2,48_{(0,23)} \cdot t$. Необходимо: сформулировать нулевую и альтернативную гипотезы теста Дики-Фуллера с константой и трендом; описать, на основании чего нулевая гипотеза принимается или отвергается.
2. Аналитик решил проверить ряд на стационарность с помощью KPSS-теста. После необходимых вычислений он получил расчётное значение статистики, равное 0,247. Что можно сказать о стационарности ряда?

Методические указания к практическому занятию 5 «Разработка оптимизационных моделей финансово-экономических процессов»

Занятие следует начинать с повторения основных терминов, относящихся к проблемной области оптимизационного моделирования (математическое программирование, линейное программирование, выпуклое программирование, целевая функция, ограничения- равенства, ограничения-неравенства, ограничения на неотрицательность и целочисленность). Затем обучающимся следует рассказать исторические сведения о зарождении и развитии оптимизационной теории, ее универсальности, привести примеры оптимизационных задач в оптике, физике, экономике, логистике. Затем организуется работа в группах. Группе предлагается описание проблемной ситуации, для которой необходимо разработать оптимизационную модель.

Пример проблемной ситуации для групповой работы:

Компания KARO занимается сборкой и продажей ПК. Для каждого ПК нужна одна стандартная печатная плата. Компания KARO может заключить контракт с компанией APX на следующих условиях: при закупках не более 2000 шт. в год цена одной платы составит 200\$, если же годовые закупки превысят 2000 шт., то остальные платы KARO получит с 40% скидкой. В то же время, компания KARO может покупать эти платы у TCI на следующих условиях: цена платы у TCI составит всего 130\$ за шт., но TCI требуется внести единовременный взнос на доработку их плат в соответствии с требованиями KARO в размере 120000\$.

Экономические характеристики процесса сборки и продажи ПК у KARO следующие: переменные затраты на сборку и продажу одного ПК без учета печатной платы составляют 450\$, а годовые постоянные издержки компании составляют 1500000\$. Произведенные ПК компания продает. Спрос на ПК компании зависит от цены. По прошлому опыту, при цене 1000\$ за ПК в год будет продано примерно 5000 ПК, а при повышении (понижении) цены на 100\$ годовой объем продаж будет снижаться (повышаться) на 1000 шт. В следующем году компания KARO планирует прекратить производство этих ПК, поэтому все постоянные издержки должны быть окуплены в этом году.

Компании KARO нужно решить вопрос о выборе поставщика.